

Total number of printed pages-23

**3 (Sem-1/CBCS) MAT HG/RC**

**2021**

**(Held in 2022)**

**MATHEMATICS**

**(Honours Generic/Regular)**

**For Honours Generic**

**Attempt either MAT-HG-1016 or MAT-HG-1026**

**For Regular**

**Attempt MAT-RC-1016**

**The figures in the margin indicate  
full marks for the questions.**

**Answer either in English or in Assamese.**

**OPTION-A**

**Paper : MAT-HG-1016/MAT-RC-1016**

**( Calculus )**

**Full Marks : 80**

**Time : Three hours**

**Contd.**

1. Answer the following questions :  $1 \times 10 = 10$   
তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Write the domain and range of the function  $f(x) = \cos^{-1} x$ .

$f(x) = \cos^{-1} x$  ফলনটোৰ আদিক্ষেত্ৰ আৰু পৰিসৰ লিখা।

(b) Find the value of the function  $\sin^2 \frac{3\pi}{8}$ .

ফলন  $\sin^2 \frac{3\pi}{8}$  ৰ মান উলিওৱা।

(c) Find the value of  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{x+3}{x}}$ .

$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{x+3}{x}}$  ৰ মান উলিওৱা।

(d) State whether the statement is true **or** false :

The function  $f(x) = \begin{cases} x^2 & , x \leq 0 \\ 1 - x & ; x > 0 \end{cases}$

is continuous at  $x = 0$ .



তলৰ উক্তিটো সঁচা নে মিছা লিখা :

$$\text{ফলন } f(x) = \begin{cases} x^2 & , x \leq 0 \\ 1-x & , x > 0 \end{cases}$$

$x=0$  বিন্দুত অবিচ্ছিন্ন।

(e) What is the  $n$ th derivative of  $e^{ax+b}$  ?

$e^{ax+b}$  ৰ  $n$ -তম অৱকলনজটো কি?

(f) Expand  $e^{\sin x}$  in powers of  $x$  by using Maclaurin's infinite series.

মেক্‌লাৰিন'ৰ অসীম শ্ৰেণীটো ব্যৱহাৰ কৰি  $e^{\sin x}$  ক  $x$  ৰ ঘাতত প্ৰসাৰ কৰা।

(g) If  $f(x) = x(x-1)$ , then on what interval the function  $f$  is decreasing ?

যদি  $f(x) = x(x-1)$  হয়, তেন্তে  $f$  ফলনটো কি অন্তৰালত হ্রাসমান হব?

(h) State whether the statement is true or false :

“Every differentiable function is continuous.”

তলৰ উক্তিটো সঁচা নে মিছা লিখা :

“প্ৰত্যেক অৱকলন ফলন অবিচ্ছিন্ন।”

(i) Given a function  $U$  that satisfies

$$1 - \frac{x^2}{4} \leq U(x) \leq 1 + \frac{x^2}{2} \text{ for all } x \neq 0, \text{ find}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} U(x).$$

ফলন  $U$  এনে ধৰণে দিয়া আছে, যাতে

$$1 - \frac{x^2}{4} \leq U(x) \leq 1 + \frac{x^2}{2} \text{ য'ত সকলো } x \neq 0$$

তেন্তে  $\lim_{x \rightarrow 0} U(x)$  উলিওঁৱা।

(j) State whether the statement is true or false :

The slope of the tangent line to the curve  $y = x^2 + 4x + 7$  at  $x = 1$  is 6.

তলৰ উক্তিটো সচাঁ নে মিছা লিখা :

$x = 1$  ত  $y = x^2 + 4x + 7$  বক্ৰৰ স্পৰ্শকৰ প্ৰৱণতা 6।

2. Answer the following questions :  $2 \times 5 = 10$   
তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Evaluate  $\cos\left(\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$ .

$\cos\left(\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$  ৰ মান উলিওঁৱা।



(b) Let  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{2x} + \cos x & \text{if } x \neq 0 \\ & \text{if } x = 0 \end{cases}$

Show that  $f(x)$  is continuous at  $x = 0$ .

ধরা হল,  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{2x} + \cos x & \text{যদি } x \neq 0 \\ & \text{যদি } x = 0 \end{cases}$

দেখুওঁরা যে  $f(x)$ ,  $x = 0$  বিন্দুত অবিচ্ছিন্ন।

(c) If  $y = \sin^{-1} x$ , prove that

$$(1 - x^2)y_2 - xy_1 = 0$$

যদি  $y = \sin^{-1} x$ , প্রমাণ করা যে

$$(1 - x^2)y_2 - xy_1 = 0$$

(d) If  $u = x^2y + y^2z + z^2x$ , then find the

value of  $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z}$ .

যদি  $u = x^2y + y^2z + z^2x$ , তেজ্ঞে

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z}$$

র মান নির্ণয় করা।

(e) Evaluate (মান নির্ণয় কৰা) :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - 1}{\log(1+x)}$$

3. Answer **any four** questions :

5×4=20

যিকোনো চাৰিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) If  $y = (x^2 - 1)^n$ , prove that

$$(x^2 - 1)y_{n+2} + 2xy_{n+1} - n(n+1)y_n = 0.$$

Hence deduce that if  $P_n = \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n$ ,

$$\text{then } \frac{d}{dx} \left\{ (1 - x^2) \frac{dP_n}{dx} \right\} + n(n+1)P_n = 0$$

3+2=5

যদি  $y = (x^2 - 1)^n$ , প্রমাণ কৰা যে

$$(x^2 - 1)y_{n+2} + 2xy_{n+1} - n(n+1)y_n = 0$$

ইয়াৰ পৰা সাব্যস্ত কৰা যে, যদি

$$P_n = \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n, \text{ তেন্তে}$$

$$\frac{d}{dx} \left\{ (1 - x^2) \frac{dP_n}{dx} \right\} + n(n+1)P_n = 0$$



(b) State Rolle's theorem and verify it for the function  $f(x) = x(x+3)e^{-x/2}$  in  $[-3, 0]$ . 2+3=5

ৰ'লৰ উপপাদ্যটোৰ উক্তি লিখা আৰু সত্যতা  $f$  ফলনৰ বাবে  $[-3, 0]$  অন্তৰালত পৰীক্ষা কৰা য'ত

$$f(x) = x(x+3)e^{-x/2}$$

(c) Evaluate, using L'Hospital's rule :

এল' হ'চপিতাল নীতি প্ৰয়োগ কৰি মান নিৰ্ণয় কৰা :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{\frac{1}{x}} - e}{x} \quad 5$$

(d) Using definition find  $\frac{\partial u}{\partial x}$

$$\text{if } u = \log(x^2 + y^2). \quad 5$$

যদি  $u = \log(x^2 + y^2)$ , তেন্তে সূত্র প্ৰয়োগ কৰি

$\frac{\partial u}{\partial x}$  ৰ মান উলিওৱা।

(e) If  $u = \log(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$ , show

$$\text{that } \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{3}{x+y+z}. \quad 5$$

যদি  $u = \log(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$ , দেখুওঁৱা

$$\text{যে } \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{3}{x+y+z}$$

(f) Show that the area of triangle ABC is  $\frac{1}{2} ab \sin C$ . 5

দেখুউৱা যে ABC ত্ৰিভুজৰ ফালি  $\frac{1}{2} ab \sin C$

4. Answer **either** [(a) and (b)] **or** [(c) and (d)]:  
[(a) আৰু (b)] অথবা [(c) আৰু (d)] অংশৰ উত্তৰ কৰা :

(a) Find the value of  $\theta$  in the mean value theorem

$$f(x+h) = f(x) + hf'(x+\theta h), 0 < \theta < 1$$

$$\text{for the function } f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x$$

5

মধ্যমান উপপাদ্যটোত

$$f(x+h) = f(x) + hf'(x+\theta h), 0 < \theta < 1$$

$$\theta \text{ ৰ মান উলিওঁৱা য'ত } f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x$$

(b) If  $u = \frac{y}{z} + \frac{z}{x} + \frac{x}{y}$ , prove that

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

5



যদি  $u = \frac{y}{z} + \frac{z}{x} + \frac{x}{y}$ , প্রমাণ কৰা যে

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

(c) State Euler's theorem on homogeneous function and then verify for the function

$$f(x, y) = \frac{x(x^3 - y^3)}{x^3 + y^3} \quad 1+4=5$$

সুষম ফলনৰ ইউলাৰৰ উপপাদ্যটোৰ উক্তি লিখা আৰু ইয়াৰ সত্যতা  $f$  ফলনৰ বাবে পৰীক্ষা কৰা য'ত

$$f(x, y) = \frac{x(x^3 - y^3)}{x^3 + y^3}$$

(d) Prove that (প্রমাণ কৰা) :

$$\frac{x}{1+x^2} < \tan^{-1} x < x, \quad x > 0 \quad 5$$

5. Prove that the double limit exist but repeated limits do not exist for the function

$$f(x, y) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{y} + y \sin \frac{1}{x} & , (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

10

প্রমাণ কৰা যে ফলন  $f$  ৰ দ্বিসীমা স্থিত হয়, কিন্তু পুনৰাবৃত্তী সীমা স্থিত নহয়, য'ত

$$f(x, y) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{y} + y \sin \frac{1}{x} & , (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Or/ অথবা

Find infinite series of  $\log(1+x)$  for  $|x| < 1$  using Maclaurin's theorem. 10

মেক্‌লৰিনৰ উপপাদ্যটো ব্যৱহাৰ কৰি  $\log(1+x)$ ,  $|x| < 1$  ৰ অসীম শ্ৰেণীটো নিৰ্ণয় কৰা।

6. Answer **either** [(a) and (b)] **or** [(c) and (d)]:  
[(a) আৰু (b)] অথবা [(c) আৰু (d)] অংশৰ উত্তৰ কৰা :

(a) If (যদি)  $y = e^{a \sin^{-1} x}$  prove that (প্রমাণ কৰা যে) —

$$(i) (1-x^2)y_2 - xy_1 - a^2y = 0$$

$$(ii) (1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - (n^2+a^2)y_n = 0$$

2+3=5

(b) Show that,  $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$

is differentiable at  $x = 0$  and find  $f'(0)$ .  
3+2=5



দেখুউৱা যে,  $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

$x = 0$  বিন্দুত অৱকলন আৰু  $f'(0)$  নিৰ্ণয় কৰা।

(c) A triangle has sides  $a = 3$  units,  $b = 4$  units and angle  $C = 90^\circ$ . Find the length of the side  $c$ . 5

এটা ত্ৰিভুজত  $a = 3$  একক,  $b = 4$  একক আৰু  $\angle C = 90^\circ$ ।  $c$  বাহুৰ দৈৰ্ঘ্যৰ মান উলিওঁৱা।

(d) Evaluate **any two** of the following :  
 $2\frac{1}{2} \times 2 = 5$

যিকোনো দুটাৰ মান নিৰ্ণয় কৰা :

(i)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{x^2}$

(ii)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x + \sin x}{3 \cos x}$

(iii)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x}$

(iv)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x \sec 2x}{3x}$

7. Answer **either** [(a) and (b)] **or** [(c) and (d)]:  
[(a) আৰু (b)] অথবা [(c) আৰু (d)] অংশৰ উত্তৰ কৰা :

(a) Prove that (প্রমাণ কৰা) :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\tan x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}} = e^{\frac{1}{3}}$$

6

(b) Show that,  $f(x) = \begin{cases} \frac{|x-a|}{x-a} & , x \neq a \\ 1 & , x = a \end{cases}$

is discontinuous at  $x = a$ .

4

দেখুওৱা যে,  $f(x) = \begin{cases} \frac{|x-a|}{x-a} & , x \neq a \\ 1 & , x = a \end{cases}$

$x = a$  বিন্দুত অনবিচ্ছিন্ন।

(c) Show that (দেখুওৱা) :

$$\frac{x}{1+x} < \log(1+x) < x \text{ for } x > 0$$

6

(d) Consider the function

$$f(x) = x^4 - 4x^3 + 6.$$

Find the function which

- (i) shifts the graph of  $f$  two units up;
- (ii) shifts the graph of  $f$  one unit to the left;



(iii) stretches the graph of  $f$  vertically by a factor 3;

(iv) compresses the graph of  $f$  horizontally by a factor 2.

4

$f(x) = x^4 - 4x^3 + 6$  হলে, তলৰ ফলন কেইটা নিৰ্ণয় কৰা :

(i)  $f$  ফলনটোৰ লেখটোক ২ একক ওপৰলৈ স্থানান্তৰ কৰা;

(ii)  $f$  ফলনটোৰ লেখটোক এক একক বাওঁফালে স্থানান্তৰ কৰা;

(iii)  $f$  ফলনটোৰ লেখটোক তিনি গুণ উলম্বভাৱে প্ৰসাৰিত কৰা;

(iv)  $f$  ফলনটোৰ লেখটোক দুই গুণ আনুভূমিকভাৱে সংকুচিত কৰা।

## OPTION-B

Paper : MAT-HG-1026

(Honours Generic)

(Analytical Geometry)

Full Marks : 80

Time : Three hours

**The figures in the margin indicate full marks for the questions.**

**Answer either in English or in Assamese.**

1. Answer the following questions :  $1 \times 10 = 10$   
তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ লিখা :

(i) Under what condition

$ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$  may represent a pair of parallel straight line ?

কি চৰ্ত সাপেক্ষে  $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$  এ এযোৰ পৰস্পৰ সমান্তৰাল সৰলৰেখা নিকৰণ কৰে?

(ii) Find the point on the conic

$$\frac{8}{r} = 3 - \sqrt{2} \cos \theta$$

whose radius vector is 4.



$\frac{8}{r} = 3 - \sqrt{2} \cos \theta$  শাংকৰৰ ওপৰত থকা বিন্দু এটা  
নিৰ্ণয় কৰা য'ত ব্যাসার্ধ ভেক্টৰ 4।

(iii) Define conjugate diameters of an ellipse.

উপবৃত্ত এটাৰ সংযুগ্ম ব্যাসৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(iv) Express the parabola  $y^2 = 4ax$  in parametric form.

$y^2 = 4ax$  অধিবৃত্তটোক প্ৰাচলিক আকাৰত প্ৰকাশ  
কৰা।

(v) By what angle the axes are to be rotated to remove the  $xy$ -term from the equation  $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$  ?

অক্ষ দুডালক কি কোণত ঘূৰালে

$ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$  সমীকৰণটো  $xy$ -পদ মুক্ত  
হ'ব?

(vi) Define cross product of two vectors.

দুটা ভেক্টৰৰ সদিশ পূৰণৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(vii) Find the centre and radius of the

sphere  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 16$

$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 16$

গোলকটোৰ কেন্দ্ৰ আৰু ব্যাসার্ধ নিৰ্ণয় কৰা।

(viii) Find the unit vector that has the same direction as  $\bar{u} = 2i + 2j - k$ .

$\bar{u} = 2i + 2j - k$  ৰ দিশত একক ভেক্টৰ নিৰ্ণয় কৰা।

(ix) What is the value of  $i \times (i + j + k)$  ?

$i \times (i + j + k)$  ৰ মান কিমান?

(x) Find parametric equations of the line passing through  $(4, 2)$  and parallel to  $\bar{v} = (-1, 5)$ .

$(4, 2)$  বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা  $\bar{v} = (-1, 5)$  ৰ সমান্তৰাল ৰেখাৰ প্ৰাচলিক সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

2. Answer the following questions :  $2 \times 5 = 10$

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Find the angle between the vectors  $\bar{u} = i - 2j + 2k$  and  $\bar{v} = -3i + 6j + 2k$ .

$\bar{u} = i - 2j + 2k$  আৰু  $\bar{v} = -3i + 6j + 2k$  ভেক্টৰ দুটাৰ মাজৰ কোণ নিৰ্ণয় কৰা।

(b) Prove that the equation

$2x^2 + 3xy - 2y^2 + 7x - y + 3 = 0$   
represents a pair of perpendicular lines.



প্রমাণ কৰা যে

$$2x^2 + 3xy - 2y^2 + 7x - y + 3 = 0 \text{ এ এযোৰ}$$

পৰম্পৰ লম্বভাৱে থকা সৰলৰেখা নিৰূপণ কৰে।

- (c) Find the co-ordinates of the focus and the vertex of the parabola

$$y^2 - 4y - 2x - 8 = 0.$$

$y^2 - 4y - 2x - 8 = 0$  অধিবৃত্তটোৰ কেন্দ্ৰ আৰু শীৰ্ষবিন্দু নিৰ্ণয় কৰা।

- (d) Show that if the polar of  $P$  w.r. to an ellipse passes through  $Q$ , then the polar of  $Q$  passes through  $P$ .

দেখুওৱা যে এটা উপবৃত্ত সাপেক্ষে  $P$  বিন্দুৰ ধ্ৰুৱীয় ৰেখাডাল  $Q$  বিন্দুৱেদি গ'লে,  $Q$  বিন্দুৰ ধ্ৰুৱীয় ৰেখাডালো  $P$  য়েদি যাব।

- (e) Find the direction cosines of the vector

$$\vec{v} = 2i - 4j + 4k.$$

$\vec{v} = 2i - 4j + 4k$  ভেক্টৰটোৰ দিশাংক নিৰ্ণয় কৰা।

3. Answer the following questions : **(any four)**

5×4=20

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া : (যিকোনো চাৰিটা)

- (a) By a suitable transformation remove the term containing  $xy$  from the equation  $11x^2 + 4xy + 14y^2 = 5$ .

এটা যথোপযুক্ত কাপান্তৰৰ সহায়ত

$11x^2 + 4xy + 14y^2 = 5$  সমীকৰণটোৰ পৰা  $xy$  পদটো বিলোপ কৰা।

- (b) Find a vector that is orthogonal to both of the vectors  $\vec{u} = (2, -1, 3)$  and  $\vec{v} = (-7, 2, -1)$ .

$\vec{u} = (2, -1, 3)$  আৰু  $\vec{v} = (-7, 2, -1)$  ভেক্টৰ দুটাৰ উভয়ৰে লম্ব হোৱা ভেক্টৰ এটা নিৰ্ণয় কৰা।

- (c) The normal at the point  $(at_1^2, 2at_1)$  meets the parabola again at the point  $(at_2^2, 2at_2)$ . Prove that  $t_2 = -t_1 - \frac{2}{t_1}$ .

$(at_1^2, 2at_1)$  বিন্দুত টনা অভিলম্ব ডালে অধিবৃত্তটোক  $(at_2^2, 2at_2)$  বিন্দুত সংযোজিত হয়। প্রমাণ কৰা যে,

$$t_2 = -t_1 - \frac{2}{t_1}$$

- (d) Find the polar equation of a conic in the form  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ .



এটা শাংকৰৰ ধ্ৰুবীয় সমীকৰণ  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$

আকাৰত নিৰ্ণয় কৰা।

(e) Reduce the equation

$$x^2 + 4xy + y^2 - 2x + 2y + 6 = 0$$

to standard form.

$$x^2 + 4xy + y^2 - 2x + 2y + 6 = 0$$

সমীকৰণটোক আদৰ্শ আকাৰলৈ ৰূপান্তৰ কৰা।

(f) Find the equation of the bisectors of the angles between the pair of lines given by  $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ .

$ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$  সমীকৰণে বুজোৱা ৰেখা দুডালৰ মাজৰ কোণৰ সমদ্বিখণ্ডকৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

Answer **either (a) or (b)** from each of the following **four** equations : 10×4=40

তলৰ চাৰিটা সমীকৰণৰ প্ৰতিটোৰ (a) অথবা (b) অংশৰ উত্তৰ কৰা :

4. (a) (i) Find the equation of the tangent to the conic

$$4x^2 + 3xy + 2y^2 - 3x + 5y + 7 = 0$$

at the point (1, -2).

(1, -2) বিন্দুত

$$4x^2 + 3xy + 2y^2 - 3x + 5y + 7 = 0$$

শাংকৰৰ ওপৰত টনা স্পৰ্শকৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) Show that a homogeneous equation of second degree in  $x$  and  $y$  represents a pair of straight lines passing through the origin.

দেখুওৱা যে,  $x$  আৰু  $y$  ৰ দ্বিঘাতৰ এটা সুষ্ণ সমীকৰণে মূলবিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা এযোৰ সৰলৰেখাক বুজাব?

(b) If by a transformation from one set of rectangular axes to another with the same origin the expression

$$ax^2 + 2hxy + by^2$$

changes to  $ax'^2 + 2hx'y' + by'^2$ , then

$$a + b = a' + b' \text{ and } ab - h^2 = a'b' - h'^2.$$

মূলবিন্দু সাপেক্ষে আয়তীয় অক্ষদ্বয়ক ঘূৰালে যদি

$$ax^2 + 2hxy + by^2 \text{ বাশিটো}$$

$$ax'^2 + 2hx'y' + by'^2 \text{ লৈ পৰিৱৰ্তিত হয়,}$$

তেন্তে দেখুওৱা যে

$$a + b = a' + b' \text{ আৰু } ab - h^2 = a'b' - h'^2 \text{।}$$

5. (a) (i) Find an equation of the line in 3-space that passes through the points  $P(2, 4, -1)$  and  $Q(5, 0, 7)$ .

$P(2, 4, -1)$  আৰু  $Q(5, 0, 7)$  বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা ৰেখাৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।



(ii) Calculate the scalar triple product  $\bar{u} \cdot (\bar{v} \times \bar{w})$  of the vectors  $\bar{u} = 3i - 2j - 5k$ ,  $\bar{v} = i + 4j - 4k$  and  $\bar{w} = 3j + 2k$ .

$\bar{u} = 3i - 2j - 5k$ ,  $\bar{v} = i + 4j - 4k$  আৰু  $\bar{w} = 3j + 2k$  হ'লে,  $\bar{u} \cdot (\bar{v} \times \bar{w})$  নিৰ্ণয় কৰা।

(b) (i) Find the area of the triangle that is determined by the points  $P(2, 2, 0)$ ,  $Q(-1, 0, 2)$  and  $R(0, 4, 3)$ .

$P(2, 2, 0)$ ,  $Q(-1, 0, 2)$  আৰু  $R(0, 4, 3)$  বিন্দুৰে নিৰ্দেশ কৰা ত্ৰিভুজটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) Prove that

$$\bar{a} \times (\bar{b} \times \bar{c}) + \bar{b} \times (\bar{c} \times \bar{a}) + \bar{c} \times (\bar{a} \times \bar{b}) = \bar{0}$$

প্রমাণ কৰা যে,

$$\bar{a} \times (\bar{b} \times \bar{c}) + \bar{b} \times (\bar{c} \times \bar{a}) + \bar{c} \times (\bar{a} \times \bar{b}) = \bar{0}$$

6. (a) Show that the ortho-centre of the triangle formed by the lines

$$ax^2 + 2hxy + by^2 = 0 \text{ and } lx + my = 1 \text{ is}$$

$$\text{given by } \frac{x}{l} = \frac{y}{m} = \frac{a+b}{am^2 - 2hlm + bm^2}.$$

দেখুওৱা যে  $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$  আৰু  
 $lx + my = 1$  ৰেখাৰে আবৃত ত্ৰিভুজটোৰ পাদিক কেন্দ্ৰ

হ'ল  $\frac{x}{l} = \frac{y}{m} = \frac{a+b}{am^2 - 2hlm + bm^2}$

(b) Discuss the nature of the conic represented by

$$3x^2 - 8xy - 3y^2 + 10x - 13y + 8 = 0.$$

$$3x^2 - 8xy - 3y^2 + 10x - 13y + 8 = 0$$

সমীকৰণে নিৰ্দেশ কৰা শাংকৰৰ প্ৰকৃতি নিৰ্ণয় কৰা।

7. (a) (i) Show that the equation of the tangent to the conic  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  at the point  $\alpha$  is

$$\frac{l}{r} = e \cos \theta + \cos(\theta - \alpha)$$

দেখুওৱা যে  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  শাংকৰটোৰ  $\alpha$

বিন্দুত স্পৰ্শকৰ সমীকৰণ হ'ল

$$\frac{l}{r} = e \cos \theta + \cos(\theta - \alpha)$$



(ii) Obtain the equation of the chord of the conic  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ , joining the two points on the conic, whose vectorial angles are  $(\alpha + \beta)$  and  $(\alpha - \beta)$ .

$\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  শাংকরটোৰ  $(\alpha + \beta)$  আৰু  $(\alpha - \beta)$  বিন্দু সংযোগী জ্যাৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

(b) (i) Find the condition that the line

$$a \cos \theta + b \sin \theta = \frac{l}{r} \text{ may be a}$$

normal to the conic  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ .

$$a \cos \theta + b \sin \theta = \frac{l}{r} \text{ ৰেখাডাল}$$

$\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  শাংকরৰ অভিলম্ব হোৱাৰ চৰ্ত

উলিওৱা।

(ii) Find the polar equation of a circle.

এটা বৃত্তৰ প্ৰক্ৰীয় সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।